
ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ

*СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ, УПРАВЛЕНИЕ
И ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ (05.13.01)*

УДК 621.397

DOI: 10.24160/1993-6982-2019-3-98-107

Перспективные методы цифровой обработки многомерных сигналов на основе применения нерегулярных сеток

С.В. Вишняков, Е.А. Соколова, В.В. Пехтерев

Рассмотрено одно из перспективных направлений в области цифровой обработки многомерных сигналов — разреженное представление сигналов на основе применения нерегулярных сеток. На протяжении десятилетий применение нерегулярных сеток оценивалось как многообещающая область исследований, позволяющая использовать высокую эффективность представления носителя сигнала в сочетании с проработанными методами аппроксимации, применяемыми при решении краевых задач. Однако недостаток инструментов, пригодных для решения типовых задач цифровой обработки на нерегулярных сетках (например, для вычисления ортогональных дискретных преобразований) привел к тому, что заметных и востребованных на практике результатов в этой области не оказалось. Тем не менее в последние годы наметился рост интереса к применению нерегулярных сеток.

Представлены результаты исследований в данной области, проведенных на базе кафедры вычислительных машин, систем и сетей МЭИ. Освещены некоторые вопросы создания нерегулярных сеток, адаптивных к особенностям многомерных сигналов, даны алгоритмы, позволяющие выполнять интерполяцию, переход от регулярного носителя (равномерной регулярной сетки) к нерегулярному, вычислять дискретные преобразования для сигнала с нерегулярным носителем. Предложены решения по организации интеллектуальной обработки сигнала — распознаванию образов, детекции движения.

Ключевые слова: цифровая обработка многомерных сигналов, нерегулярная сетка, фигурные числа.

Для цитирования: Вишняков С.В., Соколова Е.А., Пехтерев В.В. Перспективные методы цифровой обработки многомерных сигналов на основе применения нерегулярных сеток // Вестник МЭИ. 2019. № 3. С. 98—107. DOI: 10.24160/1993-6982-2019-3-98-107.

Prospective Digital Processing Methods of Multidimensional Signals with the Use of Irregular Meshes

S.V. Vishnyakov, E.A. Sokolova, V.V. Pekhterev

The article considers sparse representation of signals based on using irregular meshes, which is one of prospective lines in digital processing of multidimensional signals. Application of irregular meshes has been seen for several decades as a promising field of investigations opening the possibility of using high efficiency of representing a signal carrier in combination with well-developed approximation methods used in solving boundary-value problems. However, lack of tools suitable for solving typical digital signal processing problems with the use of irregular meshes (e.g., for computing orthogonal discrete transforms) had resulted in that any noticeable and practically significant results are lacking in this area. Nevertheless, the recent years have seen a growth of interest in using irregular meshes.

The article presents the results of investigations in this field that were carried out at the MPEI Chair for Computers, Systems and Networks. Matters concerned with generation of irregular meshes adapted to the specific features of multidimensional signals are addressed. Algorithms intended for carrying out interpolation, for making a shift from a regular carrier (a uniform regular mesh) to an irregular one, and for computing discrete transformations for a signal with an irregular carrier are presented. Solutions for arranging intellectual signal processing, such as pattern recognition and motion detection, are suggested.

Key words: multidimensional digital signal processing, irregular mesh, figurate numbers.

For citation: Vishnyakov S.V., Sokolova E.A., Pekhterev V.V. Prospective Digital Processing Methods of Multidimensional Signals with the Use of Irregular Meshes. Bulletin of MPEI. 2019;3:98—107. (in Russian). DOI: 10.24160/1993-6982-2019-3-98-107.

Введение

Цифровая обработка многомерных сигналов (ЦОМС) — одна из наиболее динамично развивающихся отраслей информатики и вычислительной техники на протяжении последних десятилетий. Совершенствуются как математические методы, так и вычислительная техника, применяемые для обработки. Следует указать области приложения ЦОМС, это обработка изображений и видео (сжатие [1, 2], подавление шумов [3], повышение качества [4 — 6]); интеллектуальная обработка (распознавание образов [7], отслеживание перемещений объектов [8, 9], биометрическая идентификация и системы технического зрения, в том числе с широким применением искусственных нейронных сетей сверточного типа [10, 11]). Методы ЦОМС широко применяются в компьютерной графике (синтез текстур и изображений [12]), специализированных системах (в медицине [13]). Методы машинного обучения (например, метод опорных векторов) также могут комбинироваться с аппаратом ЦОМС. Большое внимание уделяется использованию многоскоростных многомерных систем [14], в том числе, синтезу фильтров и операторов децимации/интерполяции с разделимыми и неразделимыми характеристиками.

Подавляющее большинство алгоритмов ЦОМС используют равномерные регулярные сетки (рис. 1) в качестве носителей сигнала. Отдельные работы посвящены вопросам применения неравномерных регулярных сеток [15] и регулярных непрямоугольных сеток [16, 17]. В 1990-х гг. XX в. появились предложения по использованию нерегулярных сеток для аппроксимации поверхностей сложной формы при трехмер-

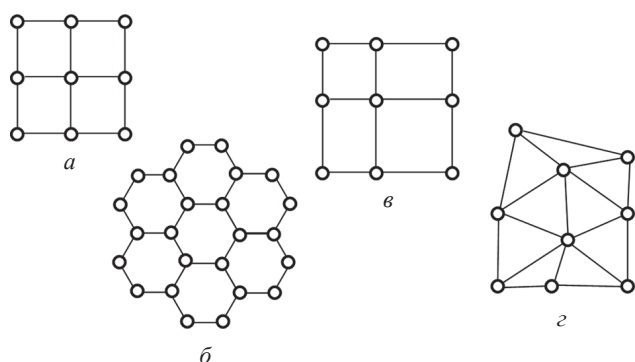


Рис. 1. Примеры регулярных равномерных (а, б), регулярных неравномерных (в) и нерегулярных (г) сеток

ном сканировании [18], в связи с чем родился термин «вейвлет-преобразование второго поколения» [19].

Работ, посвященных исследованиям в области ЦОМС на нерегулярных носителях немного, областью интересов в основном являются аппроксимация поверхностей [20], синтез текстур и реалистичных изображений на поверхностях сложной формы с учетом освещения [21], интерполяция функций, заданных на многомерных носителях сложной формы, например при использовании преобразований в многомерных нелинейных цветовых пространствах [22].

Еще одна идея, предлагаемая к практическому применению ЦОМС, — использование дифференциальных уравнений в частных производных с целью построения краевой задачи, решение которой при некоторых (синтезируемых) граничных условиях позволит аппроксимировать распределение скалярного многомерного сигнала в пределах носителя [23, 24]. Также наблюдается обратный процесс применения методов ЦОМС для решения некоторых типов краевых задач, как на регулярных [25, 26], так и на нерегулярных [27 — 29] сетках.

Применению нерегулярных сеток в практике ЦОМС препятствуют несколько факторов.

Исходный сигнал формируется, как правило, на регулярной равномерной сетке (вследствие особенностей полупроводниковых светочувствительных матриц в современной оптической аппаратуре), таким образом, возникает задача формирования нерегулярной сетки, адаптированной к особенностям изображения. Результирующий сигнал также должен быть отображен на регулярной равномерной сетке. Эта же проблема возникает и при интерполяции нелинейных цветовых преобразований, поскольку и входной, и выходной сигналы практически всегда представлены в одном из форматов RGB.

Нерегулярные сетки строятся на основе симплексов (треугольников на плоскости, тетраэдров в объеме), причем поиск симплекса, соответствующего исходному отсчету сигнала, или, наоборот, поиск отсчетов сигнала, соответствующих заданному симплексу, — сложная в вычислительном отношении задача.

Широко применяются спектральные методы, основанные на дискретном преобразовании Фурье (дискретном косинусном преобразовании и т.п.), притом что аналогов таких преобразований в локальных симплексных координатах не существует.

С другой стороны, использование нерегулярных сеток имеет существенные преимущества. Сетка легко адаптируется к форме носителя сигнала (это особенно важно в случае применения нелинейных цветовых пространств, таких как CIE Lab, WLAB). Области сравнительно плавного изменения сигнала могут быть замощены малым количеством симплексов без потери точности аппроксимации. Фрагмент сетки с простейшими линейными аппроксимирующими функциями в симплексных координатах служит для вычисления целого ряда интегральных характеристик (корреляционной функции, оптического потока) и преобразований (преобразование Радона).

Структурная схема ЦОМС на нерегулярной сетке изображена на рис. 2. Заметим, что на этапе интеллектуальной обработки предлагается задействовать только данные о нерегулярной сетке (или фрагменте сетки), т. е. координаты узлов сетки, способ соединения узлов в симплексы и аппроксимирующие коэффициенты (для аппроксимации сигнала в пределах симплексов могут применяться способы, известные в практике конечно-элементного моделирования, например, скалярные и векторные функции, обеспечивающие непрерывность скалярной функции или ее производных на границах симплексов [30]). Таким образом, можно резко снизить количество обрабатываемой информации.

Представлен краткий обзор предложенных решений для различных этапов ЦОМС на нерегулярных сетках.

Создание нерегулярной сетки, адаптивной к особенностям сигнала

Создание сетки базируется на анализе гладкости сигнала в определенных областях носителя [31]. Предлагается вычисление свертки сигнала S с несколькими специализированными цифровыми фильтрами: дифференцирующим фильтром (эквивалентом дискретного оператора Лапласа), банком фильтров с гауссовыми характеристиками (по одной из координат), повернутыми друг относительно друга на 45° , усредняющим фильтром. Для результирующего сигнала S' вычисляется среднее значение отсчетов и среднеквадратическое отклонение σ . Узлы сетки располагаются в точках с локальным максимумом в распределении результирующего сигнала при условии, что значение этого максимума превосходит порог относительно среднего

значения. По размещенным узлам проводится триангуляция Делоне. Если форма элементов сетки предполагает неприемлемо высокий уровень погрешности аппроксимации (в соответствии с рекомендациями [32] углы плоских треугольных элементов не должны быть менее $10...15^\circ$), то добавляются узлы и выполняется повторная триангуляция.

Основные этапы создания сетки продемонстрированы на рис. 3, в том числе показано влияние порога при размещении узлов.

Следует отметить, что данный способ построения сетки требует обработки сигнала с помощью нескольких цифровых фильтров, причем невозможно осуществить полное распараллеливание вычислений, например, разбивая сигнал на области меньшего размера, так как необходимо вычисление некоторых характеристик для обработанного сигнала в целом. Возможный путь решения этой проблемы заключается в применении искусственных нейронных сетей (ИНС) для размещения узлов сетки [33]. В этом случае на вход ИНС подается фрагмент изображения относительно небольшого размера, а выходной сигнал принимает значения 1 (необходимо размещение узла), либо 0 (узел размещать не требуется).

Обучение ИНС различных типов (однослойного, либо многослойного персептрона, комбинации двух сверточных слоев с подвыборкой и однослойного персептрона) проводили методом обратного распространения ошибки на базе обучающей выборки. Результаты работы ИНС для тестового изображения показаны на рис. 4. Следует отметить, что применение ИНС типа двухслойный персептрон позволило достичь приемлемого совпадения сетки с тестовой, но при существенной (на порядок) экономии в числе операций (без учета возможности распараллеливания работы с помощью ИНС).

Для поиска симплексов, соответствующих отсчетам исходного сигнала, предложены следующие стратегии.

Поиск, не требующий дополнительного объема памяти, при котором симплексы перенумеровываются в порядке, соответствующем возрастанию одной из координат, например, по возрастанию наименьшей координаты x среди всех узлов симплекса, что позволяет ограничить сверху и снизу диапазон номеров, соответствующий заданной координате. Для симплексов из этого диапазона проводится сначала проверка координат узлов, а затем, в случае, если точка потенциально

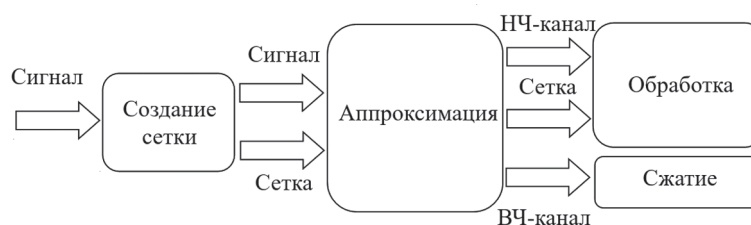


Рис. 2. Структурная схема системы ЦОМС на нерегулярной сетке

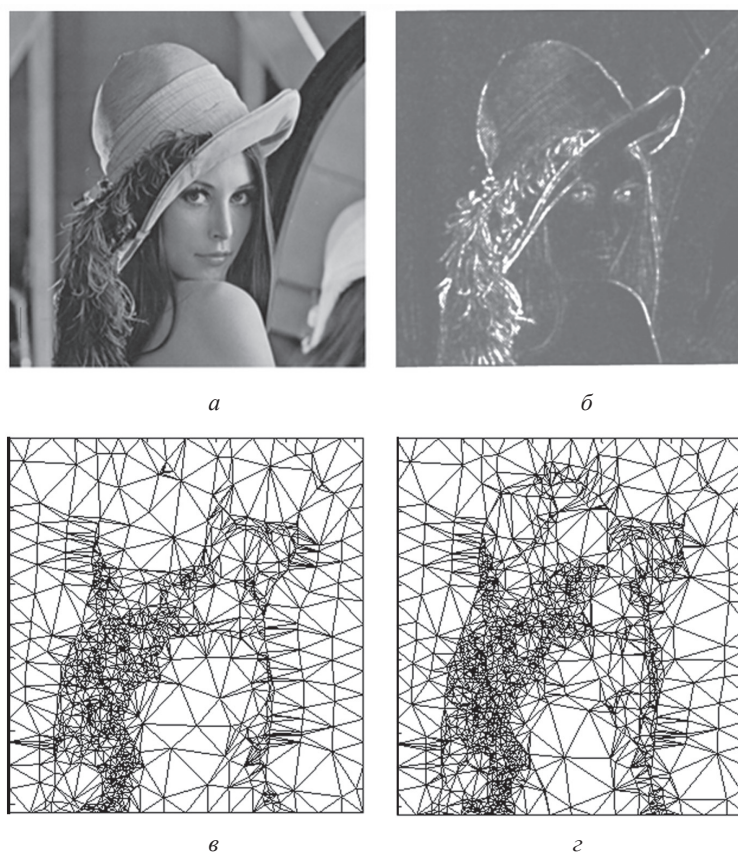


Рис. 3. Основные этапы создания нерегулярной сетки:

a — исходный сигнал S ; b — обработанный сигнал S' ; v — сетка при значении порога размещения узлов 4σ (2226 узлов); z — сетка при значении порога размещения узлов 3σ (2970 узлов)

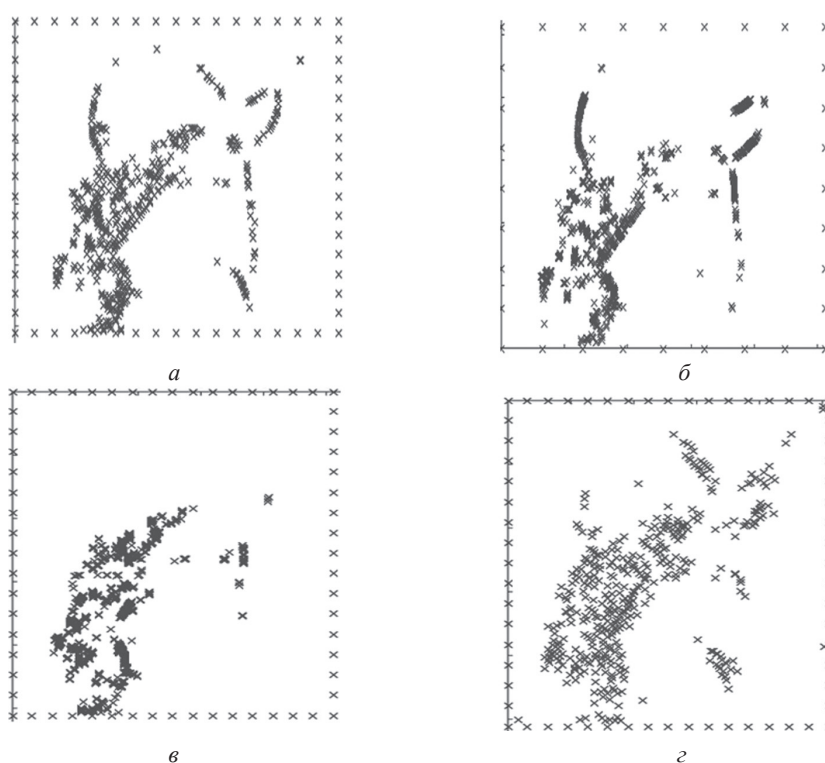


Рис. 4. Сетки, построенные с помощью алгоритма [31]:

a — обучающий пример; b — ИНС типа однослойный перцептрон; v — ИНС типа двухслойный перцептрон; z — сверточный ИНС

может оказаться внутри симплекса, вычисление барицентрических координат данной точки.

Поиск, требующий дополнительного объема памяти, при котором диапазон изменения координат делится на интервалы, причем для каждого интервала создается список симплексов, координаты узлов которых принадлежат этому интервалу (можно поставить различные условия, например, чтобы в каждом списке было определенное, заранее заданное число симплексов). По заданным координатам точки определяется интервал, в пределах которого сначала проверяются координаты узлов, а затем, в случае, если точка потенциально может оказаться внутри симплекса, вычисляются барицентрические координаты точки.

Следует отметить, что предварительная проверка координат узлов симплексов осуществляется только операторами сравнения и сортировки, в то время как точное определение принадлежности точки заданному симплексу требует вычисления барицентрических координат, т. е. решения системы линейных алгебраических уравнений третьего (для двух- и трехмерных симплексов) или более высокого порядка. Условие принадлежности в барицентрических координатах имеет вид:

$$0 \leq \lambda_i \leq 1, i = 1, 2, 3,$$

где барицентрические координаты λ_i вычисляются по глобальным координатам вершин треугольника $(x_A, y_A), (x_B, y_B), (x_C, y_C)$,

$$\begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_A & x_B & x_C \\ y_A & y_B & y_C \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Выбор стратегии поиска руководствуется той программной и аппаратной платформой, которая будет использоваться для ЦОМС на нерегулярной сетке. Так, реализация обработки с помощью ПЛИС потребует отказа от динамического выделения ресурсов, что указывает на преимущество стратегии поиска с равным числом симплексов в каждом интервале изменения координат (при этом сами интервалы различны). Также, в случае использования ПЛИС в качестве аппаратной платформы, не имеет смысла предварительная проверка координат вершин симплексов, поскольку проще и эффективнее реализация с одновременным (параллельным) вычислением барицентрических координат точки во всех симплексах выбранного интервала.

Поиск симплекса (на примере двумерной сетки) дан на рис. 5.

Для нерегулярных сеток предложен способ перечисления отсчетов, основанный на применении разложения произвольного числа в виде сочетания фигурных чисел [34]. Таким образом, отсчеты, составляющие треугольник нерегулярной сетки, легко группируются по возрастанию или убыванию барицентрических координат, образуя четыре правильных треугольника,

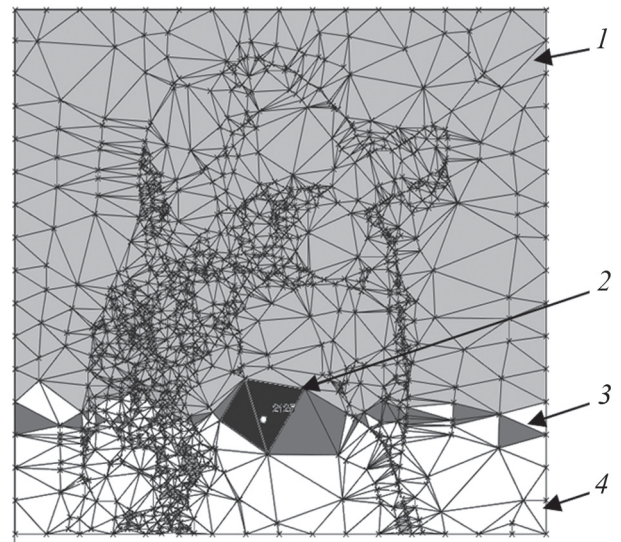


Рис. 5. Результат поиска треугольника, соответствующего заданной точке:

1 — треугольники, пропущенные при поиске (за счет нумерации узлов); 2 — треугольники, для которых вычислялись барицентрические координаты искомой точки; 3 — треугольники, для которых проведена проверка координат; 4 — треугольники, не участвовавшие в поиске (поиск завершен)

число отсчетов в каждом из которых является треугольным числом. Аналогично, отсчеты группируются внутри тетраэдров, образуя подмножества, представляемые в виде правильных тетраэдров. Для последующих вычислений преобразований типа дискретного преобразования Фурье (дискретного косинусного преобразования) барицентрические координаты всех пикселей будут рациональными числами, образующими регулярную решетку в пределах симплекса.

Также в [34] предложено использовать полуцелые координаты узлов симплексов с целью исключения дублирования интерполяции отсчетов, лежащих на границе симплексов. Аппроксимация при этом осуществляется с помощью метода наименьших квадратов. Такой подход неудобен для работы с сигналами, обладающими некоторыми априорными свойствами, например, непрерывностью на границах симплексов.

Пример представления отсчетов треугольного элемента нерегулярной сетки в виде четырех правильных треугольников изображен на рис. 6.

Таким образом, существует инструментарий, позволяющий создавать нерегулярную сетку и выполнять определенные манипуляции над отсчетами исходного сигнала. Дальнейшие операции над сигналом определяются решаемой задачей, будь то интерполяция, сжатие (с потерями или без потерь), распознавание образов, детекция и отслеживание перемещения объектов на кадрах видеопоследовательности или корреляционный анализ большого числа различных сигналов.

Последующая обработка сигнала на нерегулярной сетке связана с решением задач определения схожести участков сетки (является ли одна сетка фрагментом другой), вычисления коэффициентов, характеризую-

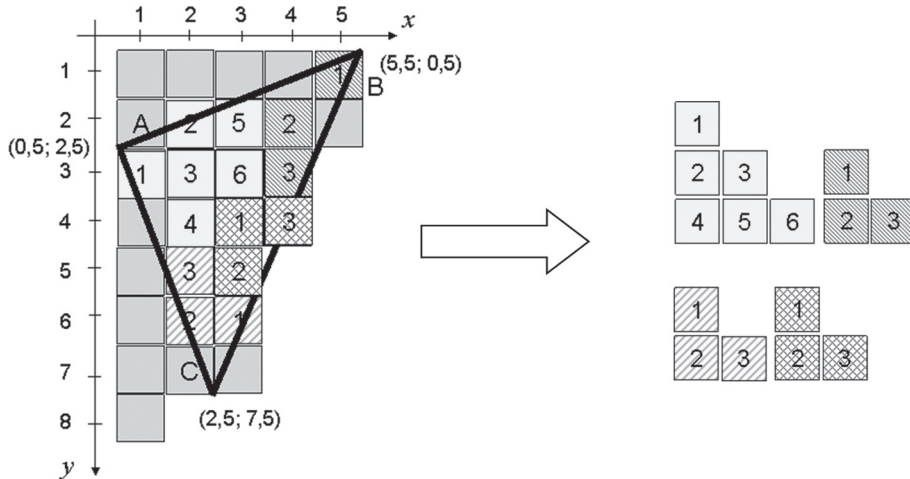


Рис. 6. Симплекс нерегулярной сетки, содержащий 15 отсчетов сигнала, представлен в виде совокупности четырех правильных треугольников, число отсчетов в которых равно 6, 3, 3 и 3. Нумерация отсчетов соответствует убыванию барицентрических координат исходного треугольника

щих отличие аппроксимированного сигнала на двух симплексах, фрагментах сетки, и синтеза аффинного преобразования, трансформирующего один фрагмент сетки в другой.

Для работы с сигналом на нерегулярной сетке целесообразно характеризовать сигнал векторами, вычисляемыми в центроидах симплексов. Коэффициенты линейной аппроксимации позволяют легко найти градиент и определить составляющие вектора в глобальной системе координат.

Следует заметить, что две сетки можно сравнить двумя способами: могут сравниваться сами сетки, а может сравниваться аппроксимированный сигнал. В первом случае, для сравнения двух симплексов следует применять соотношения, сохраняющиеся при преобразованиях подобия. Так, для треугольных элементов это может быть отношение площади к квадрату периметра. Тогда расстояние между двумя симплексами равно:

$$K_M(1,2) = \left| \frac{S_1}{P_1^2} - \frac{S_2}{P_2^2} \right| / \max \left(\frac{S_1}{P_1^2}, \frac{S_2}{P_2^2} \right),$$

где S_1, S_2, P_1, P_2 — площади и периметры треугольников.

Данное отношение может быть вычислено между всеми симплексами первой и второй сеток (предполагается, что две сетки сравниваются между собой). Наименьшие (нулевые) элементы матрицы расстояний указывают на возможные совпадения. Для таких элементов следует определять сумму расстояний для всех симплексов, прилежащих к ним:

$$K_M = \frac{1}{N} \sum_{i,j} K_M(i,j),$$

где N — число симплексов в меньшем фрагменте.

Для определенности все элементы, соседние с данным, сортируются по возрастанию отношения площади к квадрату периметра. Операция повторяется для фрагментов большего размера, учитывая большее

число симплексов, прилежащих к симплексам предыдущего фрагмента. Таким образом, если одна из сеток является фрагментом другой, то найдется соотношение между двумя фрагментами с нулевым расстоянием. Следует обратить внимание, что обе сравниваемые сетки могут иметь собственные системы глобальных координат, например, координаты узлов обеих сеток могут быть нормированы. Разумеется, обе сетки могут иметь различные системы нумерации узлов и симплексов.

Вычисление критерия схожести для двух сигналов, определенных на различных сетках основано на векторном представлении градиентов сигналов в пределах симплексов. Критерием в этом случае (с учетом возможного изменения масштаба при переходе от сетки к сетке, вращения фрагментов сетки) служит значение косинуса угла между векторами градиентов на различных сетках $\cos \alpha$. Для фрагментов сеток используется среднеквадратическое отклонение соответствующих косинусов с определенным порядком обхода ребер (граней) симплексов, например, по часовой стрелке, начиная от наибольшего угла для треугольных элементов:

$$K_V = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i,j} (\cos \alpha(i,j) - \overline{\cos \alpha})^2},$$

где $\overline{\cos \alpha} = \frac{1}{N-1} \sum_{i,j} \cos \alpha(i,j)$ — среднее значение косинуса угла между векторами градиентов.

Нулевое СКО означает, что угол между векторами на различных сетках одинаков, то есть различие сигналов состоит в повороте глобальной системы координат.

На рисунке 7 показан результат вычисления критерия для схожих фрагментов двух нерегулярных сеток. Для наглядности в качестве первого сигнала использовано распределение поля в задаче типа «цилиндр в однородном поле», второй сигнал — фрагмент первого. На рисунке 8 дан пример анализа сходства двух изображений, заданных на нерегулярных сетках.

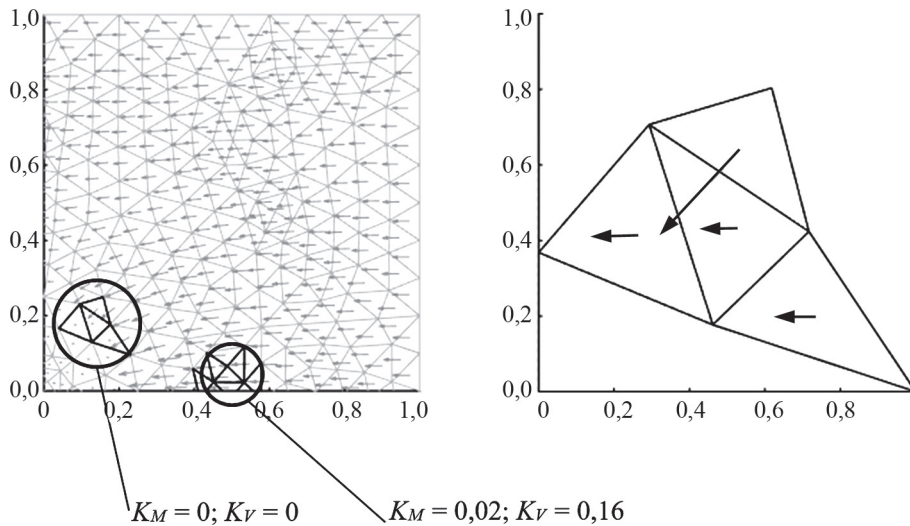


Рис. 7. Сравнение фрагмента и полной сетки. Сигнал — распределение поля для задачи «цилиндр в однородном поле»

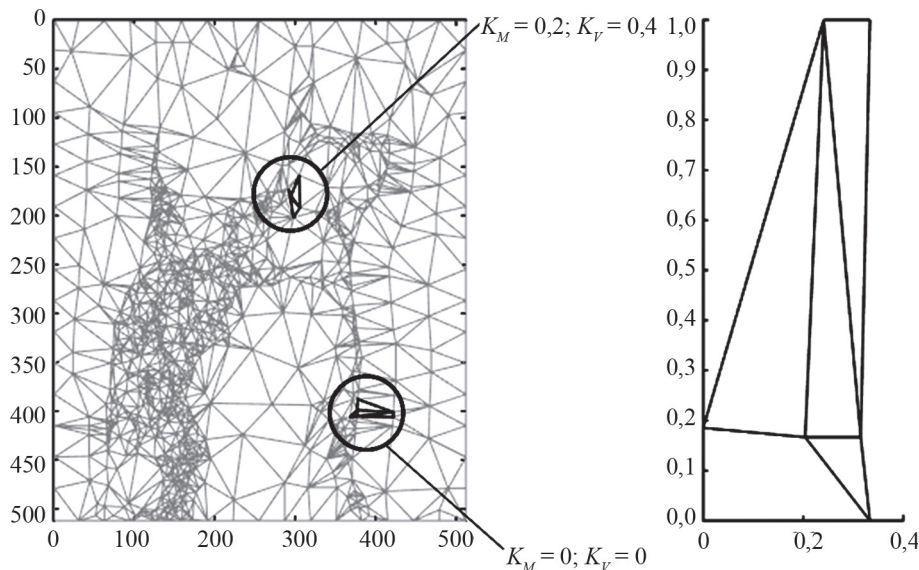


Рис. 8. Сравнение фрагмента и полной сетки для тестового изображения

Дальнейшее развитие предлагаемого метода связано с вычислением различных интегральных величин, характеризующих векторные поля на фрагментах нерегулярных сеток, таких как поток, циркуляция. Подобное представление сигнала может быть применено для вычисления преобразования Радона. Перспективным видится совместное применение нерегулярных сеток и искусственных нейронных сетей для решения различных актуальных задач ЦОМС.

Заключение

Приведен обзор применения нерегулярных сеток для создания разреженного представления сигнала. Предложены способы осуществления базовых операций ЦОМС на нерегулярных носителях: построение сетки, адаптивной к особенностям сигнала; поиск симплекса, которому принадлежит заданный отсчет

сигнала; вычисление дискретных преобразований. Разработанные алгоритмы составляют инструментарий, позволяющий гибко и эффективно обрабатывать сигналы, ориентируясь на различные аппаратные платформы.

Рассмотрены вопросы определения степени близости двух сеток, а также двух сигналов, заданных на различных нерегулярных сетках. Рекомендовано использовать разреженные представления сигналов на нерегулярных сетках при решении задачи отслеживания перемещений объектов, в системах технического зрения, в том числе при наличии ограничений на объем анализируемой информации.

Работа с методами ЦОМС на нерегулярных сетках может быть востребована при машинном обучении, построении искусственных нейронных сетей сверточного типа, решении задач методом опорных векторов.

Литература

References

1. **Чобану М.К., Кургускин О.С.** Применение точного метода для сжатия графической информации. Основной алгоритм // Вестник компьютерных и информационных технологий. 2013. № 4. С. 13—18.
2. **Petrov E.P., Medvedeva E.V., Kharina N.L., Tchobanou M.K.** Intra Frame Compression and Video Restoration Based on Conditional Markov Processes Theory // *Multidimensional Systems and Signal Proc.* 2016. V. 27. No. 3. Pp. 719—742.
3. **Земляченко А.Н. и др.** Процедуры автоматического сжатия изображений ДЗ Земли при сигнально-зависимых помехах в окрестности оптимальной рабочей точки и их эффективность // Исследования Земли из космоса. 2013. Вып. 3. С. 73—90.
4. **Дворкович В.П., Чобану М.К.** Проблемы и перспективы развития систем кодирования динамических изображений // *Media Vision.* 2011. № 2. С. 55—64.
5. **Арляпов С.А., Приоров А.Л., Хрящев В.В.** Модифицированный критерий оценки качества восстановленных изображений // Цифровая обработка сигналов. 2006. № 2. С. 27—33.
6. **Luo F., Lin C., Gu X., Ma X.** Synthesized View Comparison Method for No-reference 3D Image Quality Assessment // *Proc. IX Intern. Conf. Graphic and Image Proc.* 2017.
7. **Ranjani R., Priya C.** A Survey on Face Recognition Techniques: a Review// *Intern. J. Pure and Appl. Math.* 2018. V. 118. Pp. 253—274.
8. **Wang X., Gao F., Dong J., Qi Q.** Change Detection for Synthetic Aperture Radar Images Based on Pattern and Intensity Distinctiveness Analysis // *Proc. IX Intern. Conf. Graphic and Image Proc.* 2017.
9. **Jin Z., Hou Z., Yu W., Wang X., Sun H.** Multiple Feature Fusion Via Covariance Matrix for Visual Tracking // *Ibid.*
10. **Chen S. e. a.** Using Ranking-CNN for Age Estimation // *Proc. 30th IEEE Conf. on Computer Vision and Pattern Recognition.* 2009. Pp. 742—751.
11. **Li J. e. a.** Robust Face Recognition Using the Deep C2D-CNN Model Based on Decision-level Fusion // *Sensors.* 2018. V. 18 (7). Pp. 2080—2107.
12. **Kolar M., Debattista K., Chalmers A.** A Subjective Evaluation of Texture Synthesis Methods // *Computer Graphics Forum.* 2017. V. 36. Pp. 189—198.
13. **Muller H., Michoux N., Bandon D., Geissbuhler A.** A Review of Content-based Image Retrieval Systems in Medical Application-clinical Benefits and Future Directions // *Intern. J. Medical Informatics.* 2009. V. 78 (9). Pp. 1—23.
14. **Чобану М.К.** Многомерные многоскоростные системы обработки сигналов. М.: Техносфера, 2009.
15. **Zhong J., Zou Z.** The Solution of Data Gradient on Nonuniform Grid in Direct Volume Rendering // *ACM Int. Conf. Proc.* 2017. Pp. 1—5.
16. **Mersereau R.M.** The Processing of Hexagonally Sampled Two-dimensional Signals // *Proc. IEEE.* 1979. V. 67 (6). Pp. 930—949.
1. **Chobanu M.K., Kurguskin O.S.** Primenenie Tochnogo Metoda dlya Szhatiya Graficheskoy Informatsii. Osnovnoy Algoritm. *Vestnik Komp'yuternykh i Informatsionnykh Tekhnologiy.* 2013;4:13—18. (in Russian).
2. **Petrov E.P., Medvedeva E.V., Kharina N.L., Tchobanou M.K.** Intra Frame Compression and Video Restoration Based on Conditional Markov Processes Theory. *Multi-dimensional Systems and Signal Proc.* 2016;27; 3:719—742.
3. **Zemlyachenko A.N. i dr.** Protsedury Avtomaticeskogo Szhatiya Izobrazheniy DZ Zemli pri Signal'no-zavisimyykh Pomekhakh v Okrestnosti Optimal'noy Rabochey Tochki i ikh Effektivnost'. *Issledovaniya Zemli iz Kosmosa.* 2013;3:73—90. (in Russian).
4. **Dvorkovich V.P., Chobanu M.K.** Problemy i Perspektivy Razvitiya Sistem Kodirovaniya Dinamicheskikh Izobrazheniy. *Media Vision.* 2011;2:55—64. (in Russian).
5. **Arlyapov C.A., Priorov A.L., Khryashchev B.B.** Modifitsirovanny Kriteriy Otsenki Kachestva Vosstanovlennyykh Izobrazheniy. *Tsifrovaya Obrabotka Signalov.* 2006;2:27—33. (in Russian).
6. **Luo F., Lin C., Gu X., Ma X.** Synthesized View Comparison Method for No-reference 3D Image Quality Assessment. *Proc. IX Intern. Conf. Graphic and Image Proc.* 2017.
7. **Ranjani R., Priya C.** A Survey on Face Recognition Techniques: a Review// *Intern. J. Pure and Appl. Math.* 2018;118:253—274.
8. **Wang X., Gao F., Dong J., Qi Q.** Change Detection for Synthetic Aperture Radar Images Based on Pattern and Intensity Distinctiveness Analysis. *Proc. IX Intern. Conf. Graphic and Image Proc.* 2017.
9. **Jin Z., Hou Z., Yu W., Wang X., Sun H.** Multiple Feature Fusion Via Covariance Matrix for Visual Tracking. *Ibid.*
10. **Chen S. e. a.** Using Ranking-CNN for Age Estimation. *Proc. 30th IEEE Conf. on Computer Vision and Pattern Recognition.* 2009:742—751.
11. **Li J. e. a.** Robust Face Recognition Using the Deep C2D-CNN Model Based on Decision-level Fusion. *Sensors.* 2018;18 (7):2080—2107.
12. **Kolar M., Debattista K., Chalmers A.** A Subjective Evaluation of Texture Synthesis Methods. *Computer Graphics Forum.* 2017;36:189—198.
13. **Muller H., Michoux N., Bandon D., Geissbuhler A.** A Review of Content-based Image Retrieval Systems in Medical Application-clinical Benefits and Future Directions. *Intern. J. Medical Informatics.* 2009;78 (9):1—23.
14. **Chobanu M.K.** *Mnogomernye Mnogoskorostnye Sistemy Obrabotki Signalov.* M.: Tekhnosfera, 2009. (in Russian).
15. **Zhong J., Zou Z.** The Solution of Data Gradient on Nonuniform Grid in Direct Volume Rendering. *ACM Int. Conf. Proc.* 2017:1—5.
16. **Mersereau R.M.** The Processing of Hexagonally Sampled Two-dimensional Signals. *Proc. IEEE.* 1979;67 (6): 930—949.

17. **Zhang D., Zhang X., Li L., Liu H.** Face Recognition via Sparse Representation of SIFT Feature on Hexagonal-Sampling Image // Proc. IX Intern. Conf. Graphic and Image Proc. 2017.
18. **Guskov I., Sweldens W., Schroder P.** Multiresolution Signal Processing For Meshes // Proc. Comput. Graph. Annual Conf. Series. 1999. Pp. 325—334.
19. **Daubechies I., Guskov I., Schroder P., Sweldens W.** Wavelets on Irregular Point Sets // Phil. Trans. R. Soc. Lon. 1999. No. 1760. Pp. 2397—2413.
20. **Li Y., Zhang C., Yu Q.** Quadratic Polynomial Interpolation on Triangular Domain // Proc. IX Intern. Conf. Graphic and Image Proc. 2017.
21. **Hilsmann A., Schneider D.C., Eisert P.** Realistic Cloth Augmentation in Single View Video under Occlusions // Computers & Graphics. 2010. No. 34 (5). Pp. 567—574.
22. **Monga V., Bala R., Mo X.** Design and Optimization of Color Look-up Tables on a Simplex Topology // IEEE Trans. Image Process. 2011. V. 21. No. 4. Pp. 1981—1996.
23. **Lukin V. e. a.** Lossy Compression of Images Corrupted by Mixed Poisson and Additive Noise // Proc. LNLA. 2009. Pp. 33—40.
24. **Shen J., Jin X., Zhou C., Wang C.** Gradient Based Image Completion by Solving the Poisson Equation // Computers and Graphics. 2007. No. 31 (1). Pp. 119—126.
25. **Fettweis A.** Multidimensional Wave-digital Principles: from Filtering to Numerical Integration // IEEE Trans. Circuits and Syst. 1994. V. 40. No. 4. Pp. 174—182.
26. **Basu S., Zerzghi A.** Multidimensional Digital Filter Approach for Numerical Solution of a Class of PDEs of the Propagating Wave Type // IEEE Trans. Circuits and Syst. 1999. V. 41. No. 2. Pp. 170—181.
27. **Vasilyev O.V., Bowman C.** Second-Generation Wavelet Collocation Method for the Solution of Partial Differential Equations // J. Computational Phys. 2000. V. 165. Pp. 660—193.
28. **Вишняков С.В.** Применение вейвлет-преобразования для оптимизации сеток при расчете электромагнитных полей методом конечных элементов // Известия РАН. Серия «Энергетика». 2010. № 6. С. 40—45.
29. **Вишняков С.В.** Модификация метода конечных элементов для решения внешних задач теории электромагнитного поля // Известия РАН. Серия «Энергетика». 2014. № 2. С. 157—166.
30. **Jagalur-Mohan J., Feijoo G., Oberai A.** A Galerkin Least Squares Method for Time Harmonic Maxwell Equations Using Nedge Elements // J. Computational Phys. 2013. No. 235. Pp. 67—81.
31. **Пехтерев В.В., Вишняков С.В., Чобану М.К.** Интегральное выделение структурных особенностей изображения // Цифровая обработка сигналов и ее применение: Материалы 17 Междунар. конф. 2015. С. 501—504.
32. **Kallinderis Y., Kontzialis C.** A Priori Mesh Quality Estimation via Direct Relation Between Truncation Error
17. **Zhang D., Zhang X., Li L., Liu H.** Face Recognition via Sparse Representation of SIFT Feature on Hexagonal-Sampling Image. Proc. IX Intern. Conf. Graphic and Image Proc. 2017.
18. **Guskov I., Sweldens W., Schroder P.** Multiresolution Signal Processing For Meshes. Proc. Comput. Graph. Annual Conf. Series. 1999:325—334.
19. **Daubechies I., Guskov I., Schroder P., Sweldens W.** Wavelets on Irregular Point Sets. Phil. Trans. R. Soc. Lon. 1999;1760:2397—2413.
20. **Li Y., Zhang C., Yu Q.** Quadratic Polynomial Interpolation on Triangular Domain. Proc. IX Intern. Conf. Graphic and Image Proc. 2017.
21. **Hilsmann A., Schneider D.C., Eisert P.** Realistic Cloth Augmentation in Single View Video under Occlusions. Computers & Graphics. 2010;34 (5):567—574.
22. **Monga V., Bala R., Mo X.** Design and Optimization of Color Look-up Tables on a Simplex Topology. IEEE Trans. Image Process. 2011;21;4:1981—1996.
23. **Lukin V. e. a.** Lossy Compression of Images Corrupted by Mixed Poisson and Additive Noise. Proc. LNLA. 2009:33—40.
24. **Shen J., Jin X., Zhou C., Wang C.** Gradient Based Image Completion by Solving the Poisson Equation. Computers and Graphics. 2007;31 (1):119—126.
25. **Fettweis A.** Multidimensional Wave-digital Principles: from Filtering to Numerical Integration. IEEE Trans. Circuits and Syst. 1994;40;4:174—182.
26. **Basu S., Zerzghi A.** Multidimensional Digital Filter Approach for Numerical Solution of a Class of PDEs of the Propagating Wave Type. IEEE Trans. Circuits and Syst. 1999;41;2:170—181.
27. **Vasilyev O.V., Bowman C.** Second-Generation Wavelet Collocation Method for the Solution of Partial Differential Equations. J. Computational Phys. 2000;165:660—193.
28. **Vishnyakov S.V.** Primenenie Veyvlet-preobrazovaniya dlya Optimizatsii Setok pri Raschete Elektromagnitnykh Poley Metodom Konechnykh Elementov. Izvestiya RAN. Seriya «Energetika». 2010;6:40—45. (in Russian).
29. **Vishnyakov S.V.** Modifikatsiya Metoda Konechnykh Elementov dlya Resheniya Vneshnikh Zadach Teorii Elektromagnitnogo Polya. Izvestiya RAN. Seriya «Energetika». 2014;2:157—166. (in Russian).
30. **Jagalur-Mohan J., Feijoo G., Oberai A.** A Galerkin Least Squares Method for Time Harmonic Maxwell Equations Using Nedge Elements. J. Computational Phys. 2013;235:67—81.
31. **Pekhterev V.V., Vishnyakov S.V., Chobanu M.K.** Integral'noe Vydelenie Strukturnykh Osobennostey Izobrazheniya. Tsifrovaya Obrabotka Signalov i ee Primenenie: Materialy 17 Mezhdunar. Konf. 2015:501—504. (in Russian).
32. **Kallinderis Y., Kontzialis C.** A Priori Mesh Quality Estimation via Direct Relation Between Truncation Error

and Mesh Distortion // J. Computational Phys. 2009. No. 228 (3). Pp. 881—902.

33. **Vishnyakov S.** Artificial Neural Networks Implementation in Digital Signal Processing Courses // Proc. IV Intern. Conf. Informatization Engineering Education. 2018.

34. **Vishnyakov S., Pekhterev V., Sokolova E.** A Novel Method of the Image Processing on Irregular Triangular Meshes // Proc. IX Intern. Conf. Graphic and Image Proc. 2017. V. 10615.

and Mesh Distortion. J. Computational Phys. 2009;228 (3): 881—902.

33. **Vishnyakov S.** Artificial Neural Networks Implementation in Digital Signal Processing Courses. Proc. IV Intern. Conf. Informatization Engineering Education. 2018.

34. **Vishnyakov S., Pekhterev V., Sokolova E.** A Novel Method of the Image Processing on Irregular Triangular Meshes. Proc. IX Intern. Conf. Graphic and Image Proc. 2017;10615.

Сведения об авторах:

Вишняков Сергей Викторович — кандидат технических наук, заведующий кафедрой вычислительных машин, систем и сетей НИУ «МЭИ», e-mail: vishniakovsv@mpei.ru

Соколова Елизавета Александровна — аспирант кафедры вычислительных машин, систем и сетей НИУ «МЭИ»

Пехтерев Виталий Валерьевич — ассистент кафедры вычислительных машин, систем и сетей НИУ «МЭИ»

Information about authors:

Vishnyakov Sergey V. — Ph.D. (Techn.), Head of Computing Machines, Systems and Networks Dept., NRU MPEI, e-mail: vishniakovsv@mpei.ru

Sokolova Elizaveta A. — Ph.D.-student of Computing Machines, Systems and Networks Dept., NRU MPEI

Pekhterev Vitaliy V. — Assistant of Computing Machines, Systems and Networks Dept., NRU MPEI

Конфликт интересов: авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов

Conflict of interests: the authors declare no conflict of interest

Статья поступила в редакцию: 03.08.2018

The article received to the editor: 03.08.2018